

基于E-PBL教学模式的初中数学几何作图教学设计 —以用尺规作角为例

李德如, 杨志坚, 邓君兰, 徐浩, 王瑞

深圳明德实验学校(集团), 深圳市, 广东省, 中国

摘要: 应用E-PBL (Environment-Problem/Project/Play based Learning) 教学模式对北师大2024版七年级数学第四章“用尺规作角”进行教学设计, 通过利用生成式人工智能(AI)技术, 创设活泼情境, 以活动和研究探讨为中心, 培养学生的自主学习能力和动手实践能力, 让学生深度体验数学, 激发学生的学习兴趣。

关键词: E-PBL教学模式; 生成式人工智能; 用尺规作角; 教学设计

Instructional Design for Geometric Drawing in Junior High School Mathematics Based on the E-PBL Teaching Model

—Construct an Angle Using a Compass and Ruler

Deru Li, Zhijian Yang, Junlan Deng, Hao Xu, Rui Wang

Mingde Experimental School, Shenzhen City, Guangdong Province, China

Abstract: Applying the E-PBL (Environment-Problem/Project/Play based Learning) teaching model to design the instructional plan for Chapter 4, "Constructing Angles with Compass and Straightedge" of the 2024 seventh-grade mathematics textbook from Beijing Normal University, this approach leverages generative Artificial Intelligence (AI) technology to create lively scenarios. Centered around activities and research discussions, it aims to cultivate students' self-directed learning abilities and hands-on practical skills, enabling them to deeply engage with mathematics and stimulating their interest in learning.

Keywords: E-PBL Teaching Model; Generative Artificial Intelligence; Construct an Angle Using a Ruler and Compass; Teaching Design

1 引言

核心素养目标对于尺规作图教学要求学生在掌握作图技能的同时, 全面锻炼和提升数学抽象思维、逻辑推理、模型构建与问题解决、数学运算与直观感知能力以及创新意识与实践能力等。尺规作图本质上是一种模型构建的过程, 它要求学生在理解角的基本性质基础上, 创造性地运用直尺和圆规这两种简单工具, 设计并实施作图步骤, 解决实际问题。同时鼓励学生

不拘泥于传统方法, 勇于尝试新的作图策略, 这不仅是对数学技能的创新, 更是对学生创新意识和实践能力的一次全面激发。

“用尺规作角”是初中尺规作图的第二个作图模型, 是后续的作图模型的基础, 如何通过以学习为中心的教学设计, 让学生体验作图过程、了解作图原理、提升学习兴趣, 培养核心素养能力, 是一个具有挑战性的问题。而我校提出的数字教育生态支撑的创新教学体系(E-PBL)如图1所示, 是以学习为中心, 运

用有效的技术手段,创设基于问题、项目和活动的学习模式,能极大的激发学生的学习兴趣,提升学习的学习自信。其中 E (Environment) 表示融合技术、平台、空间、资源的“互联网+教育”大环境; P 具有三种解释: Problem (问题)是指以问题驱动学习,推动学习; Project (项目)指以设计并完成项目的方式开展教学; Play (活动)指以游戏、比赛、剧本等多种形式开展教学活动的方式; B (based) 基于, L (learning) 以学习为中心。

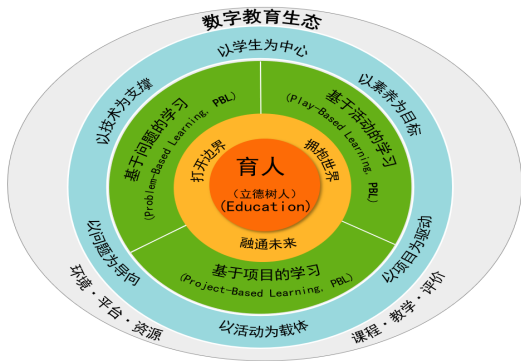


图 1. 数字教育生态支撑的 E-PBL 教学创新体系框架

因此本设计将基于 E-PBL 教学模式,采用以终为始的方式设计教学内容,具体包含确定教学目标、匹配评价方案、组织学习任务及教学策略、基于 E-PBL 生成教学过程四个部分。

2 确定教学目标

依据课程标准确定课时教学 标的方法为定课题,查课标,将内容要求的动词和名词分别具体化。

2.1 课标要求

内容要求:能用尺规作图:作一个角等于已知角(在尺规作图中,学生应了解作图的原理,保留作图痕迹,不要求写出作法。)

学业要求:通过尺规作图等直观操作的方法,理解平面图形的性质与关系,经历尺规作图的过程,增强动手能力,能想象出通过尺规作图的操作所形成的图形,理解尺规作图的基本原理与方法,发展空间观念和空间想象力。

核心素养主要表现:空间观念。

核心素养内涵:空间观念主要是指对空间物体或图形的形状、大小及位置关系的认识。能够根据物体特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出所描述的实际物体;想象并表达物体的空间方位和相互之间的位置关系;感知并描述图形的运动和变化

规律。

2.2 教材分析

北师大 2024 版七年级上册(以下简称七上)新版[1]的尺规作角位于角的比较这一章节后面,在上一节角的比较中,其中一种方法是用叠合法比较两个角的大小,这就需要将角叠合。如何将一个角进行移动而不改变角的大小呢?[2]这一问题引出了本节课的内容。

七上旧版教材的尺规作图位于平行线的认识之后。借助平行线的同位角相等引出了用尺规作角。

人教版教材的尺规作图位于八年级三角形全等之后。借助图形的全等和三角形的全等,引出了用尺规作角,旨在加深学生对图形全等的认识,加强对理解三角形全等的性质与判断的理解。

2.3 学情分析

学生在小学已经学过用量角器画角,在前一节中学过用尺规作一条线段等于已知线段及两条线段和与差,学生在线段和角的认识和比较里面学会了用叠合法比较角的大小,但是对于如何将角叠合,如何用尺规作角还需要多加练习,对尺规作角的原理也需要进一步的理解。

2.4 教学目标

依据 2022 版的课程标准,根据知识技能、意义理解、能力迁移的单元三维教学目标[3],本课时的教学目标采用事实目标、技能目标、理解目标的三类教学目标制定。

知识目标:知道直尺和圆规在尺规作图中的作用。知道尺规作图需要保留作图痕迹。

技能目标:能用尺规作一个角等于已知角。

理解目标:能理解尺规作角的本质是:是通过截取相等的线段(作为圆的半径)和构造相等的弧来确保两个角是相等的。

2.5 教学重难点

教学重点:会用尺规作一个角等于已知角。

教学难点:理解尺规作角的本质。

3 匹配评价方案

根据上一章节制定的三类教学目标,依据文献[3]中的分类体系,分别匹配评价方案,其中理解的证据采用文献[4]的理解六侧面(解释、释义、

应用、洞察、移情、自知)。

知识目标【证据】：能回答直尺和圆规的作用。

技能目标【证据】：给定一个任意度数的角 $\angle AOB$ ，如何利用尺规作 $\angle A' O' B' = \angle AOB$ ？

理解目标：

【过程性证据】：【解释】给定一个任意度数的角 $\angle AOB$ ，如何利用尺规作 $\angle A' O' B' = \angle AOB$ ？请口述作法，保留作图痕迹。

【结果性证据】：【应用】运用尺规作出给定角的2倍角和帆船图案。

4 组织学习任务及教学策略

4.1 学习任务

依据前面评价方案，由易至难，制定梯度性的三个学习任务。

任务1：假如有一个 60° 的角，你会利用什么作图工具画这个角呢？请总结作图步骤和核心要点。（探究学习）

任务2：假如有一个 60° 的角，你会怎么用半圆形透明塑料板（即无刻度的量角器）画这个角呢？请总结作步骤和核心要点。（探究学习）

任务3：对于一个任意度数的角，如何利用尺规（无刻度的直尺和圆规）作一个角等于这个角呢？请总结作图步骤和核心要点。（探究学习）

4.2 教学策略

不同的教学目标需要选择不同类型的教学策略。根据文献[5]，文献[6]中教学策略的分类（如

表1. 不同的教学目标对应的教学策略[6]

教学目标	知识技能	意义理解	能力迁移
教师角色	指导者	引导者	教练
教学模式	直接教学模式	间接教学模式	自主建构模式
教学策略	监控与诊断	使用问题	GRASPS 表现性任务
	呈现与组织	使用学生想法	提供描述性反馈
	指导性练习	组织小组讨论	会议
	反馈与纠错	组织学生自评	自我评估

表1所示)，本课时采用指导性练习、反馈与纠错、使用问题、小组讨论、使用学生想法等教学策略。

5 基于 E-PBL 生成教学流程

5.1 设计思路

本次教学的载体“尺规作角帆船闯关赛”设计灵感来源于七上)数学教材 P127 页第四章的习题 11 的帆船图案，采用了 AI 大模型生成航海比赛情境（包含文字、语音和配图），辅以几何画板绘图，利用方位角进行尺规作角内容设计。

具体的做法是：

Step1 与 AI 大模型文心一言进行对话，输入关键词“请利用尺规作角和帆船图案，设计一堂活动情境课”；

Step2: 根据 AI 大模型的回复，多次进行修改和提问，得到尺规作角帆船闯关赛的文字情境；

Step3: 将上述步骤中的文字情境利用文字转语音模型，转化成语音播报；

Step4: 将 step2 中的每个比赛关卡的文字情境输入 AI 大模型 Midjourney，生成每个关卡的配图；

Step5: 利用几何画板，进行帆船航线的绘制；

Step6: 将学习任务置入每个比赛情境的每个关卡中。

有趣的故事情境，精美的配图，语音播报，能迅速吸引学生的注意，激发学生的学习兴趣，同时置入的学习活动从易到难，有助于帮助学生达成教学目标，同时也有助于提高学生解决问题能力和合作能力，具体教学环节及设计内容。

5.2 引入

【导语】教师口述，语言导入主题：在小学我们学过用量角器测量一个角的度数并能画出相同度数的角，在上一节前面我们又学了用尺规作一条线段作已知线段，那么我们如何用尺规作一个角等于一个已知角呢？这节课我们将通过一场结合了数学与航海的独特比赛——尺规作角帆船闯关赛，来探索归纳尺规作角的步骤和方法，理解尺规作角的本质，以及用尺规设计图案。

【AI 语音播报尺规作角帆船闯关赛情境】（如图2所示）。

比赛导语

在一个风和日丽的早晨，蓝天白云下，波光粼粼的海面上，一场别开生面的比赛即将拉开帷幕。这不是一场普通的帆船比赛，而是一场结合了数学与航海独特比赛——尺规作角帆船闯关赛！

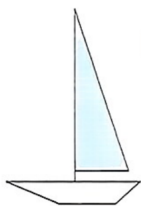


图2. AI 播报比赛导语

5.3 活动一——起航之角

【AI 语音播报第一关情境】(如图3所示)给出学习任务一：你会利用什么作图工具画一个北偏东 60° 角呢？你能总结作图步骤和核心要点吗？

学生自主练习，上台分享作图工具和作法。师生回顾量角器画角的步骤。

预设：作图工具为 60° 的直角三角板和量角器。学生总结画角的步骤是先画确定起点，然后画出始边，最后画出终边，理解确定角的大小其实就是确定角的张口。

设计意图：通过第一步用量角器作图，学生在总结画角的步骤中思考终边的怎么画出来的，在起点确定的情况下，如何去找到终边上的一个关键点，确定终边的位置。

第一关：起航之角

参赛者们需要在指定的起点出发，在图纸上准确地画出一个北偏东 60° 的角。这个角度将决定他们帆船的起航方向。如果角度不准确，帆船将会偏离航线，增加航行的难度。
选手们纷纷拿出自己的作图工具，在图纸上开始作图。
小明是一个数学爱好者，他迅速地在图纸上画出了一个北偏东 60° 角，并将这个角度应用到他的航行路线中。他的帆船顺利地起航，朝着正确的方向前进。

任务一：你会利用什么作图工具画一个北偏东 60° 角呢？

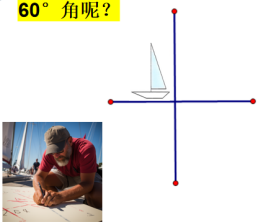


图3. AI 播报第一关情境

5.4 活动二——海上之角

【AI 语音播报第二关情境】(如图4所示)给出学习任务二：你会怎么用半圆形透明塑料板(即无刻度的量角器)作一个北偏东 60° 角呢？

学生先自主练习，然后分组讨论，最后学生代表上台分享作法。师生总结用量角器作角的本

质就是确定角的第二条边与量角器圆弧的交点。

预设：(1) 学生直接延长第一个角的终边，根据平行线的性质可作出符合题意的角。

(2) 学生根据第一个角在半圆形纸透明塑料板上进行角顶点、始边、终边与圆弧交点的标记，根据标记点作出符合题意的角。

设计意图：在经历第一个活动之后，学生已经明白了作角的本质是确定角的张口大小，核心要点是确定终边上的一个点，在本次活动中，进一步强化这个认知，通过半圆形的透明塑料板，学生可以很容易的找到终边的关键点就是圆弧与角终边的交点。

第二关：海上之角

在这个关卡中，选手们需要在图纸上再次画出一个北偏东 60° 的角，并将这个作为帆船的转向角度。这个角度将决定他们在海上的转向方向。

由于风浪太大，小明的量角器不小心被风吹走了，他再次展示了他的数学天赋，他迅速地利用一块半圆形透明塑料板，根据上一关画出的北偏东 60° 角，在图纸上画出了北偏东 60° 角。他将这个角度应用到他的航行路线中，顺利地完成了转向，继续朝着终点前进。

任务二：你会怎么用半圆形透明塑料板(即无刻度的量角器)画一个北偏东 60° 角呢？

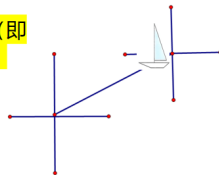
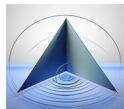


图4. AI 播报第二关情境

5.5 活动三——风向之谜

【AI 语音播报第三关情境】(如图5所示)给出学习任务三：利用尺规，如何作一个角等于已知角呢？

第三关：风向之谜

在第三关“风向之谜”中，选手们需要面对的是不断变化的风向。为了顺利通过这一关，选手们需要根据主办方提供的已知角，在图纸上画出这个角度，并利用这个角度来调整帆船的航行方向，以应对不断变化的风向。

小明在这一关遇到了一些困难，由于风太大，他的半圆纸板被风吹走了，但是他冷静地利用无刻度的直尺和圆规，根据给定的角，在图纸上画出了一个相同度数的角，并迅速调整了帆船的航行方向。最终，他成功地第一个通过了这一关，赢得了比赛的胜利。

任务三：利用尺规，如何作一个角等于已知角呢？

已知： $\angle AOB$ (如图)。

求作： $\angle A'O'B'$ ，使 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 。

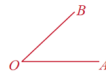


图5. AI 播报第三关情境

学生自主练习，再进行小组讨论，最终学生代表上台分享作法。教师根据学生的作法及时作出评价。

预设：(1) 学生反向延长已知角的两边，得

到已知角的对顶角，与已知角相等。此时教师可以追问学生为什么这样做出来的角会相等？学生可以通过折叠、旋转、平角计算等方式得出结论，进行思维的进阶。

(2) 学生根据用尺规作线段的经验，用圆规度量图形上已知角的两条边的长度，画出对应长度的线段，但是可能会出现角的张口大小无法确定的情况，此时教师应类比活动二的标记点，追问如何用圆规得到终边上的标记点。

(3) 有部分学生可能提前预习了，会用尺规作角，教师此时要关注作法是否标准正确，及时评价。

设计意图：在本次活动中，再进一步强化作角的本质是确定角的张口大小，核心要点是确定终边上的一个点这个认知，同时通过理解圆规的作用是画弧及相等的线段，引导学生明白作角的关键点是需要画两条弧相交而得到的，进而引发学生思考弧的圆心与半径怎么取值才能得到想要的关键点画出终边。其实就是用圆规截取三条分别相等的线段作弧，且这三条弧的长度可以是相等的，可以是不等的，只要原角和新作角上对应相等就行（如图 6 所示）。

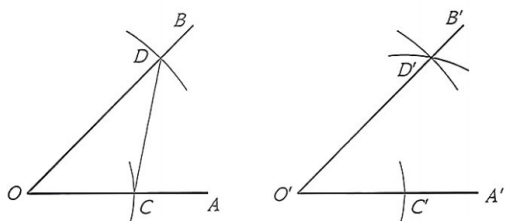


图 6. 三弧半径不相等

【指导性练习】教师示范如何用尺规作角，归纳作法。总结直尺和圆规的作用，强调保留作图痕迹。

设计意图：引导学生掌握教材上的标准作图规范。

【学生独立练习】学生根据教材标准步骤再次画一个角等于已知角、作 2 倍角，教师反馈纠错。

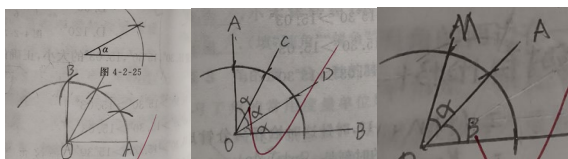


图 7. 学生作品展示

5.6 课堂总结

【AI 语音播报比赛结语】：通过比赛结语（如图 8 所示），学生可以更加深刻地体会到数学如何在真实情境中大放异彩。数学不仅是我们的学习科目，更是解决生活问题、探索未知世界的钥匙。数学与生活紧密相连，无处不在。

比赛结语

这场比赛不仅考验了选手们的航海技术，更考验了他们的数学知识和尺规作图的技巧。通过这场比赛，选手们不仅学到了如何利用数学知识来解决实际问题，更体验到了航海的乐趣。小明的胜利不仅是他个人的胜利，更是数学与航海完美结合的胜利。

在这场比赛中，每一个选手都展现了他们的智慧和勇气，他们用数学知识和航海技术，征服了波涛汹涌的大海，赢得了属于他们的荣耀。这场比赛将永远铭刻在他们的记忆中，成为他们人生中一段难忘的经历。



图 8. AI 播报比赛结语

【师生总结】

回顾本节课的学习，请思考以下问题：

(1) 你获得了哪些作图经验？

(2) 你能用尺规设计什么样的图案？说一说你设计的图案的寓意。

5.7 分层作业布置

必做：1. 《A 本》第四章 2.3 课时 P40

2. 小组讨论并绘制帆船图案

选做：用几何图形设计班徽（要求，完成在一张 A4 白纸上，设计的图形+设计理由，图文并茂）。

6 总结

本设计以目标为核心，以终为始，为每个目标定制评价方案，再据此设计学习任务与教学策略。采用 E-PBL 教学设计框架，结合 AI 大模型创设活泼的教学情境，通过探究式学习，引导学生主动探索，培养其动手实践能力及在数学情境中的深度体验，激发学习热情与探索欲，实现教、学、评三者的高度融合与相互促进。

致谢

感谢广东省深圳市福田区教师发展中心举办的 2024 年福田区“大先生”培养计划-“启航工程”，感谢中学数学教学设计工作坊马宁老师。本设计思路深受马老师的启发和指导。

感谢我校数学科组廖志勇、严伟嘉、刘陈三等老师为本设计提供的修改建议和意见。

感谢我校 E-PBL 研究团队付华敏等老师提供的帮助。

参考文献

- [1] 《义务教育数学课程标准·2022 版》 [M]. 北京: 北京师范大学出版社.
- [2] 《义务教育教科书·数学教师用书·北师大版七年级上册》 [M]. 北京: 北京师范大学出版社.

- [3] Grant Wiggins & Jay McTighe. 《追求理解的教学设计》(第二版) [M]. 上海: 华东师范大学出版社.
- [4] Lorin W. Anderson 等. 《布卢姆教育目标分类学修订版: 分类学视野下的学与教及其测评》 [M]. 北京: 外语教育出版社.
- [5] Grant Wiggins & Jay McTighe. 《理解为先模式——单元教学设计指南(一)》 [M]. 福建: 福建教育出版社.
- [6] Gary D. Borich. 《有效教学方法》(第 9 版) [M]. 上海: 华东师范大学出版社.

Copyright © 2024 by author(s) and Global Science Publishing Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access