区域经济协同演化的算子谱分析与实证研究

张哲伟
上海中华职业技术学院，上海
DOI:10.62836/jem.v3n1.1077

摘要：本文以可分实巴拿赫空间与非线性算子半群为框架，构建六大算子区域经济协同演化系统，构造传导矩阵刻画算子关联与传导扭曲，推导协同稳态条件及生态约束下稳态产出。采用图注意力网络与空间模型实证检验，为区域经济增长分析与政策调控提供实证支撑。
关键词：区域经济增长；算子半群；可分实巴拿赫空间

Regional Economic Synergetic Evolution: Operator Spectral Analysis & Empirical Study

Zhewei Zhang
Shanghai Zhonghua College, Shanghai

Abstract: Based on separable real Banach space and nonlinear operator semigroups, this paper constructs a six-operator synergy evolution system, establishes a conduction matrix to analyze distortions, derives steady-state conditions, and uses graph attention networks and spatial models for empirical tests, supporting regional economic analysis and policy-making.
Keywords: regional economic growth; operator semigroup; separable real Banach space

1 引言

本文引入算子半群理论，将经济系统抽象为巴拿赫空间演化过程，搭建六大算子与传导矩阵分析框架，解析扭曲成因、稳态条件及生态边界，结合实证明确协同效应，补齐量化分析短板，为区域发展提供理论路径。

2 模型设定

将区域经济的完备演化状态抽象为可分实巴拿赫空间B中的元$x\in$ B，空间上的一致收敛范数$|\cdot|$表征各经济维度的发展水平与有效度[1]，区域经济的时间演化由C_0非线性算子半群$T(t)_{t\geq 0}$:B→B刻画，$T(t)x$表示经t时段演化后的新经济状态。$T(t)_{t\geq 0}$公理与半群分解满足[2]：

$$\begin{cases} T(0)=I, I\text{为B 恒等算子} \\ T(t+s)=T(t)^\circ T(s), \forall t,s\geq 0 \\ \lim\limits_{t\to 0^+}\| T(t)x-x\|=0, \forall x\in \mathrm{B} \\ T(t)=\mathrm{S}(t)^\circ \mathrm{I}\ (t)^\circ \mathrm{F}\ (t)^\circ \mathrm{G}(t)^\circ \mathrm{P}\ (t)^\circ \mathrm{E}(t) \\ \overline{D(T(t))}=\mathrm{B}, R(T(t))\subset \mathrm{B} \\ \mathrm{E,P,G,F\ ,I\ ,S}:\mathrm{B}\to \mathrm{B} \end{cases}$$

六大算子形成E(t)→P(t)→G(t)→F(t)→I(t)→S(t)→E(t)的反馈体系，如下：

1．禀赋算子E(t)，区域原始优势的有效转化程度，其范数形式为：$|\mathrm{E}(t)x|=|x|_R\exp(-\lambda|x|_L)|x|_S, \lambda>0$，$|x|_R$为禀赋资源的原始规模范数，反映区域禀赋的总量水平；$|x|_L$为禀赋开发的约束范数，为资源开发的技术、制度约束强度；$|x|_S$为禀赋开发的效率范数，体现资源的利用水平；λ为禀赋开发的约束系数，越大，约束对禀赋有效度的抑制作用越强。初始禀赋有效度为：$\Lambda_0=|\mathrm{E}(0)x|=|x|_{R0}\exp(-\lambda|x|_{L0})|x|_{S0}$，其大小决定政策算子P($t$)的边际效率，同时受产业算子I($t$)反馈调节，产业升级通过技术进步提升资源开发效率，为：$\dfrac{d|x|_S}{dt}=\xi\cdot(r(\mathrm{I}\ (t))-r_0), \xi>0, r(\mathrm{I}\ (t))\geq r_0$，其中$\xi$为产业对禀赋开发的反馈系数，$r_0$为产业半径的临界阈值，当$r(\mathrm{I}\ (t))>r_0$时，产业升级开始正向优化禀赋开发效率。

2．政策算子P(t)，政策对禀赋有效度的放大作用，其复合范数形式为：$|\mathrm{P}\ (t)\mathrm{E}(t)x|=L_P|\mathrm{E}(t)x|+G_0(1-\exp(-\eta G(t))), L_P, \eta, G_0>0$，$L_P$为政策基础执行效率系数，反映政策对禀赋的基础放大能力；G_0为政策激励的上限规模；η为政策激励的边际弹性系数，越大，政策激励的边际增速越快；$G(t)$为政策实际投入规模，由区域财政能力与禀赋有效度共同决定。政策赋能强度为：$\Pi(t)=\dfrac{|\mathrm{P}\ (t)x|}{|x|}=\dfrac{L_P|\mathrm{E}(t)x|+G_0(1-\exp(-\eta G(t)))}{|x|}$，政策算子受自我强化算子$S(t)$反馈优化，增长稳态通过提升政策执行效率、降低政策执行成本实现反馈，为：$\dfrac{dL_P}{dt}=\vartheta\cdot(\gamma-1), \vartheta>0, \gamma\geq 1$，其中$\vartheta$为自我强化对政策执行效率的反馈系数，$\gamma$为自我强化系数，当$\gamma>1$时，自我强化开始正向提升政策执行效率。

3．基建算子G(t)，基础设施对政策赋能的实体化，其复合范数形式为：$|\mathrm{G}(t)\mathrm{P}\ (t)x|=|\mathrm{P}\ (t)x|(1-\exp(-\mu|x|_G)), \mu>0$，$\mu$为基建转化的边际系数，越大，基建完备度对政策转化的促进作用越强；$|x|_G$为基建完备度范数，表示区域基础设施的建设规模，$|x|_G\in(0,+\infty)$，交易成本函数$C(t)=\dfrac{1}{|\mathrm{G}(t)x|+\varepsilon}, \varepsilon\in(0,1)$。基建算子受要素算子F($t$)反馈倒逼，要素集聚规模扩大提升基建需求，进而推动基建完备度提升，关系为：$\dfrac{d|x|_G}{dt}=\omega\cdot(|\mathrm{F}\ (t)x|-\bar{F}_0), \omega>0, |\mathrm{F}\ (t)x|\geq\bar{F}_0$，其中$\omega$为要素对基建的反馈倒逼系数，$\bar{F}_0$为要素集聚规模的临界阈值，当$|\mathrm{F}\ (t)x|>\bar{F}_0$时，要素集聚开始正向倒逼基建升级，稳态条件$\dfrac{d|x|_G}{dt}=0\Rightarrow|\mathrm{F}\ (t)x|=\bar{F}_0$。

4．要素算子F(t)，生产要素的集聚与增生过程，其复合范数的微分形式为：$\dfrac{d}{dt}|\mathrm{F}\ (t)\mathrm{G}(t)x|=r(1-\kappa C(t))|\mathrm{F}\ (t)x|+\nu|\mathrm{G}(t)x|(\bar{F}-|\mathrm{F}\ (t)x|)$，$\bar{F}$为要素集聚的饱和规模范数，且满足边界条件。其解析解[3]为$|\mathrm{F}\ (0)x|=|\mathrm{F}_0x|>0$：

$$|\mathrm{F}\ (t)x|=\bar{F}-(\bar{F}-|\mathrm{F}_0x|)\exp\left(-\left(r(1-\kappa C(t))+\nu|\mathrm{G}(t)x|\right)t\right),$$

当$t\to+\infty$时，要素集聚规模收敛至饱和水平，实现

要素集聚的稳态。要素算子的范数$|\mathsf{F}(t)x|$直接决定产业算子$\mathsf{I}(t)$，同时受产业算子$\mathsf{I}(t)$反馈调节，产业升级提升高端要素吸引力与集聚饱和水平，关系为：$\frac{d\bar{F}}{dt}=\varphi\cdot(r(\mathsf{I}(t))-r_1),\varphi>0,r(\mathsf{I}(t))\geq r_1$，其中$\varphi$为产业对要素集聚的反馈系数，$r_1$为产业谱半径的次临界阈值。

5.产业算子$\mathsf{I}(t)$，区域产业体系的升级，其谱特征满足：$\sigma(\mathsf{I}(t))\subset\mathbb{C}_+$，表明产业算子的特征值均具有正实部，产业体系呈增长性演化。谱半径$r(\mathsf{I}(t))$表征产业体系的升级水平，突破阈值时会优化禀赋利用、要素集聚等前序环节[2]，形式为：$r(\mathsf{I}(t))=r_1|\mathsf{F}(t)x|^{\beta_1}+r_2|x|_A^{\beta_2},r_1,r_2>0,\beta_1,\beta_2\in(0,1)$，其中$|x|_A$为技术创新水平范数，可决定自我强化算子$\mathsf{S}(t)$的强化强度，同时受$\mathsf{S}(t)$反馈调节，自我强化提升产业升级速率，关系为：$\frac{dr(\mathsf{I}(t))}{dt}=\beta\cdot(\gamma-1),\beta>0,\gamma\geq 1$，其中$\beta$为自我强化对产业升级的反馈系数，$\gamma$为自我强化系数，其大于1时，自我强化开始正向推动产业谱半径提升。

6.自我强化算子$\mathsf{S}(t)$，增长稳态的实现，其算子形式为：$\mathsf{S}(t)T(t)x=\mathsf{g}T(t)x$，其中$\gamma$为自我强化系数，其表达式为：$\gamma=1+\beta(r(\mathsf{I}(t))-1)+\theta(\Pi(t)-1),\beta,\theta>0$；

自我强化对前序算子的统一反馈系数，$\frac{d|\mathsf{O}(t)x|}{d\gamma}=\delta_{\mathsf{O}}\in(0,1),\mathsf{O}\in\mathsf{E},\mathsf{P},\mathsf{G},\mathsf{F},\mathsf{I}$，稳态条件。

$$\gamma\begin{cases}>1, & \text{存在虹吸效应，要素聚集}\\ =1, & \text{虹吸效应收敛}\\ <1, & \text{无虹吸效应，要素外流}\end{cases},$$

稳态条件$\frac{d\gamma}{dt}=0\Rightarrow\beta\frac{dr(\mathsf{I}(t))}{dt}+\theta\frac{d\Pi(t)}{dt}=0$。

构建6×6算子传导矩阵M，行与列均按禀赋E、政策P、基建G、要素F、产业I、自我强化S算子依次排序，矩阵元M_{ij}为第j个算子对第i个算子的边际影响系数，量化算子间的传导强度与方向，

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \xi & 0\\ L_P & 0 & 0 & 0 & 0 & \vartheta\\ 0 & 1-\exp\left(-\mu|x|_G\right) & 0 & \omega & 0 & 0\\ \frac{\kappa m_{F0}}{(|G(t)x|+\varepsilon)^2} & 0 & v(\bar{F}-|F(t)x|) & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \beta_1\beta_2|F(t)x|^{\beta_2-1} & 0 & \beta\\ 0 & \frac{\theta}{|x|} & 0 & 0 & \beta & 0\end{pmatrix}$$

传导矩阵谱半径$r(\mathbf{M})=\lim_{n\to+\infty}\|\mathbf{M}^n\|^{1/n}$，满足$r(\mathbf{M})>1$时呈强传导特征，$0<r(\mathbf{M})<1$时呈弱传导特征，矩阵非零元分布精准反映算子间的单向传导与反馈关系，无直接关联的算子间系数为0，符合六大算子的实际演化逻辑。

3 区域发展的扰动路径

3.1 E(t)→P(t)→G(t)的传导扭曲

基础环节涵盖禀赋、政策、基建三大算子，功能是将原始禀赋优势转化为区域实际发展能力，其扰动源于禀赋有效度不足或政策-基建转化机制失灵；定义前端环节扭曲传导子矩阵M_1^d，刻画边际系数偏离均衡值的传导扭曲，行与列按禀赋、政策、基建算子排序：

$$M_1^d=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ \Delta L_P & 0 & 0\\ 0 & \Delta\left(1-\exp\left(-\mu|x|_G\right)\right) & 0\end{pmatrix}$$

其中$\Delta L_P=L_P-L_P^*,\Delta\left(1-\exp(-\mu|x|_G)\right)=\left(1-\exp(-\mu|x|_G)\right)-\left(1-\exp(-\mu|x|_G)\right)^*$为对应边际系数与均衡稳态值的偏离量，偏离量为负即触发传导扭曲。

二阶幂矩阵M_1^{d2}量化禀赋扭曲向基建环节的总传导效应：

$$M_1^{d2}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ \Delta L_P\cdot\Delta\left(1-\exp(-\mu|x|_G)\right) & 0 & 0\end{pmatrix},$$

其唯一非零元为前端链路的总扭曲传导系数[4]，当该系数小于0时，禀赋的正向扰动经扭曲链路传导后，对基建环节形成负向影响，触发前端传导扭曲的临界条件为：$L_P\cdot\left(1-\exp(-\mu|x|_G)\right)<1$，推导出禀赋效度临界阈值$\Lambda_0^*=\frac{G_0}{L_P}$与基建完备度临界阈值$|x|_{G^*}=\frac{1}{\mu}\ln\left(\frac{\mu\Pi_{min}\Lambda_0}{1-\exp(-\mu\Pi_{min}\Lambda_0)}\right)$。当临界条件触发时，

禀赋算子的效度偏离无法通过政策算子放大，进而导致基建转化能力不足，形成禀赋激活不足→政策投入低度→基建转化失灵的前端链式扭曲。

3.2 →G(t)→F(t)→I(t)的传导扭曲

该环节涵盖基建、要素、产业三大算子，功能是将区域发展能力转化为产业增长动力，扰动源于要素集聚失灵或产业升级受阻，定义中端环节扭曲传导子矩阵M_2^d，行与列按基建、要素、产业算子排序，刻画边际系数偏离均衡值的传导扭曲：

$$M_2^d=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \Delta\left(\dfrac{\kappa m_{F0}}{(|G(t)x|+\varepsilon)^2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\left(r_1\beta_1|F(t)x|^{\beta_1-1}\right) & 0 \end{pmatrix}$$

其中$\Delta M_{43}=M_{43}-M_{43}^*$，$\Delta M_{54}=M_{54}-M_{54}^*$为对应边际系数与均衡稳态值的偏离量，偏离量为负即触发动力转化扭曲。二阶幂矩阵M_2^{d2}量化基建扭曲向产业环节的总传导效应：$M_2^{d2}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta M_{43}\cdot\Delta M_{54} & 0 & 0 \end{pmatrix}$，其唯一非零元为中端链路的总扭曲转化系数，当该系数小于0时，基建的正向扰动经扭曲链路传导后，对产业升级形成负向影响，触发中端传导扭曲的临界条件为：$\dfrac{\kappa m_{F0}\cdot r_1\beta_1|F(t)x|^{\beta_1-1}}{(|G(t)x|+\varepsilon)^2}<1$，推导出要素集聚临界阈值$\bar{F}^*=\dfrac{r}{v|x|_{G_{max}}}$与产业谱半径临界阈值$r(I(t))^*=1+\dfrac{1-\theta\Pi_{min}}{\beta}$。当临界条件触发时，基建算子的完备度偏离无法有效降低交易成本，进而导致要素集聚失灵、产业升级缺乏要素支撑，形成基建转化不足→要素集聚失灵→产业升级受阻的中端链式扭曲。

3.3 I(t)→S(t)前序算子的传导扭曲

强化环节涵盖产业、自我强化两大算子，功能是将产业增长动力转化为区域稳态增长并反馈优化前序算子，扰动源于自我强化无法形成或反馈失灵，定义后端环节闭环扭曲传导子矩阵M_3^d，行与列按产业、自我强化、政策、禀赋算子排序，反映反馈边际系数偏离均衡值的传导扭曲：

$$M_3^d=\begin{pmatrix} 0 & \Delta\beta & 0 & 0 \\ \Delta\beta & 0 & \Delta\left(\dfrac{\theta}{|x|}\right) & 0 \\ 0 & \Delta\vartheta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta M_{15} \end{pmatrix}$$

其中为对应反馈系数与均衡稳态值的偏离量，偏离量为负即触发闭环反馈扭曲。M_{cycle}^d量化扭曲的全链路反馈传导效应：

$$M_{cycle}^d=\Delta M_{65}\cdot\Delta M_{26}\cdot\Delta M_{32}\cdot\Delta M_{43}\cdot\Delta M_{54}\cdot\Delta M_{15},$$

满足$r(M)=|M_{cycle}^d|^{1/6}$，闭环扭曲循环算子直接决定全链路扭曲的长期演化趋势。触发后端传导扭曲的临界条件为：$[M_{cycle}^d<1]$，可推导出自我强化系数临界阈值与政策赋能临界阈值$\gamma^*=1$。当临界条件触发时，产业算子的升级动力无法通过自我强化算子形成正向闭环反馈，前序算子无法得到优化，形成产业升级不足→自我强化失灵→前序反馈效应消失的后端链式扭曲。

3.4 全链路耦合扰动

定义六大算子的均衡偏离增量向量：

$$\Delta\mathbf{X}(t)=\left(\Delta|E(t)x|,\Delta|P(t)x|,\Delta|G(t)x|,\Delta|F(t)x|,\Delta r(I(t)),\Delta\gamma\right)^T,$$

满足：$\dfrac{d\Delta\mathbf{X}(t)}{dt}=M\cdot\Delta\mathbf{X}(t)$，其通解量化扭曲在全链路的迭代传导：

$$\Delta\mathbf{X}(t)=e^{Mt}\cdot\Delta\mathbf{X}(0)=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(Mt)^n}{n!}\cdot\Delta\mathbf{X}(0)$$

定义三大环节的扭曲指示变量$n_1,n_2,n_3\in 0,1$，$n_k=1$表示第k环节触发传导扭曲，$n_k=0$表示传导正常，全链路总扭曲强度$\Delta T(t)$的量化表达式为：

$$\Delta T(t)=\Delta\mathbf{X}(t)^T\cdot M\cdot\Delta\mathbf{X}(t)+\alpha_4(n_1n_2+n_1n_3+n_2n_3)+\alpha_5n_1n_2n_3$$

其中$\alpha_4>1$为双环节耦合扭曲放大系数，$\alpha_5\gg\alpha_4$为三环节全耦合扭曲放大系数，全链路系统性失灵的充要条件为三大环节同时触发传导扭曲[5]，即$n_1=n_2=n_3=1$，此时传导矩阵的谱半径$r(M)\to 0$，扭曲无法转化为有效增长动力。单环节

扭曲的修复系数$\rho_k = \dfrac{d\,|T(t)x|}{d\,|\mathrm{O}_k(t)x|} > 1(k = 1,2,3)$，可依靠市场自发力量完成修复；双环节及以上耦合扭曲的修复系数$\rho_{kl} = \dfrac{d\,|T(t)x|}{d(|\mathrm{O}_k(t)x|\cdot|\mathrm{O}_l(t)x|)} \in (0,1)(k \neq l)$，市场自发修复机制失效，需通过外部政策靶向干预。

4 算子全链路协同稳态

4.1 协同稳态的充要条件

六大算子无扭曲、无堵点协同演化的充要条件为算子半群不动点与各算子稳态条件的联立

$$\begin{cases} T(t)x^* = x^*, \forall t \geq 0 \\ \gamma = 1 \\ L_P > 1, m_F > m_F^*, A < \bar{A} \\ \dfrac{d\,|\mathrm{O}(t)x^*|}{dt} = 0, \dfrac{dr(\mathrm{l}\ (t)x^*)}{dt} = 0, \dfrac{d\gamma}{dt} = 0 \\ r(\mathbf{M}) = r_{\mathbf{M}}^*\ (\text{最优传导效率}) \end{cases},$$

其中x^*为稳态均衡状态，$\bar{A}$为技术增长界，$r_{\mathbf{M}}^*$为传导矩阵最优谱半径，生态承载力为区域增长的刚性约束，协同演化需满足生态动态平衡条件：

$\begin{cases} \dfrac{d\,|x|_E}{dt} = \tau S^* - \sigma Y^* - \delta\,|x|_E = 0 \\ Y^* \leq \xi_E\,|x|_{Emin} \end{cases}$，其中$|x|_E$为生态环境质量范数，$|x|_{Emin}$为生态承载力刚性下限，$Y^*$为稳态经济产出，$S^*$为生态治理投入水平，$\tau,\sigma,\delta$分别为生态修复、损耗、自然衰减系数。推导得生态约束红线：$Y^* \leq Y_{max} = \xi_E\,|x|_{Emin} \cdot \dfrac{\delta}{\tau\vartheta_E - \sigma}$，确保经济增长始终在生态承载力范围内进行。

4.2 稳态表达式

稳态产出由六大算子的稳态贡献加权构成，产出贡献弹性满足归一化约束，$\sum_{i=1}^{6} \alpha_i = 1, \alpha_i \in (0,1)$，核心表达式为：$Y^* = A^* \cdot \prod_{i=1}^{6} \left|\mathrm{O}_i(t)x^*\right|^{\alpha_i} \cdot \exp\left(-\rho \cdot \dfrac{1}{\left|\mathrm{G}(t)x^*\right| + \varepsilon}\right)$，式中$A^* = \kappa_0 L_{P0}\,|G(t)x^*|^{\alpha_s}|x|_{A^*}^{\alpha_s}$为全要素生产率，$\kappa_0$为生产率基准系数，$\alpha_s$为基建、技术对全要素生产率的贡献权重。结合生态约束红线，最终稳态产出的修正形式为：$Y^* = \min\left\{A^* \cdot \prod_{i=1}^{6} \left|\mathrm{O}_i(t)x^*\right|^{\alpha_i} \cdot \exp\left(-\rho \cdot \dfrac{1}{\left|\mathrm{G}(t)x^*\right| + \varepsilon}\right), Y_{max}\right\}$，为区域经济增长的量化测算提供了核心工具。

5 实证检验与建议

5.1 基于图注意力网络的检验

以6大算子为图节点，节点特征为算子时序面板数据，共享权重完成特征映射：

$$\mathbf{h}_i = \left[h_{i1}, h_{i2}, \ldots, h_{iT}\right]^T, \quad i = 1,2,\ldots,6, \hat{\mathbf{h}}_i = \mathbf{W}\mathbf{h}_i,$$

$\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{F' \times}$，式中$i$对应6大算子，$F$为输入特征维度，$F$为输出特征维度，$T$为时间长度。注意力系数计算与归一化：$e_{ij} = \mathrm{LeakyReLU}\left(\mathbf{a}^T\left[\hat{\mathbf{h}}_i \| \hat{\mathbf{h}}_j\right]\right)$，$j \in \mathrm{N}_i$，$\alpha_{ij} = \dfrac{\exp(e_{ij})}{\sum_{k \in \mathrm{N}_i} \exp(e_{ik})}$，式中$\|$为特征拼接操作，$\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{2F'}$为注意力权重向量，$\mathrm{N}_i$为节点$i$的理论邻域。多头注意力聚合与输出层为：

$$\mathbf{h}_{i'} = \|_{k=1}^{K} \sigma\left(\sum_{j \in \mathrm{N}_i} \alpha_{ij}^k \mathbf{W}^k \mathbf{h}_j\right), \hat{\mathbf{A}} = \mathrm{Sigmoid}\left(\mathbf{H}'\mathbf{W}_o\right), \quad \hat{\boldsymbol{\Theta}} \overset{=}{\ } \mathrm{Linear}\left(\mathbf{H}'\right),$$

式中$\mathbf{H}' = [\mathbf{h}_{1'}, \ldots, \mathbf{h}_{6'}]^T$为节点输出特征矩阵，$\mathbf{W}_o$为输出层权重矩阵。

损失函数：$\mathrm{L} = \mathrm{L}_{MSE}(\hat{\mathbf{A}}, \mathbf{A}_{theo}) + \lambda \mathrm{L}_{MAE}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}^{,} \boldsymbol{\Theta}^{)}_{real} + \gamma \|\mathbf{W}\|_2$，式中$\mathbf{A}_{theo}$为理论传导矩阵，$\lambda$、$\gamma$为正则化系数。模型训练后，传导矩阵预测MAE为0.023，稳态算子预测MAPE为3.17%，测试集RMSE为0.041，验证了理论传导机制与稳态条件的合理性。

5.2 基于空间模型的检验

以区域人均GDP对数为被解释变量，算子协同度为解释变量，

$$\ln y_{it} = \tau \ln y_{i,t-1} + \rho \sum_{j=1}^{N} w_{ij} \ln y_{jt} + \eta \sum_{j=1}^{N} w_{ij} \ln y_{j,t-1} + \sum_{m=1}^{M} \beta_m X_{mit} \cdot I(\cdot)$$

$$+ \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} X_{mjt} \theta_m \cdot I(\cdot) + \mu_i + v_t + \varepsilon_{it}$$

门槛指示函数：$I(\cdot) = \begin{cases} 1, & \gamma_1 < ind_{it} \leq \gamma_2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，式中$\tau$为时间滞后系数，$\rho$为同期空间自回归系数，$\eta$为时空滞后系数，$\gamma_1$、$\gamma_2$为理论对应的产业谱半径门槛临界值，$\mu_i$、$v_t$为双向固定效应，$\varepsilon_{it} \sim i.i.d.(0, \sigma_\varepsilon^2)$。权重矩阵：$w_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{d_{ij}} \cdot \dfrac{\bar{y}_i}{\bar{y}_j}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$，式中$d_{ij}$为区域间地理球面

距离，$\bar{y}_i$、$\bar{y}_j$ 为样本期内区域人均GDP均值。GMM矩条件为：$\begin{matrix} E\left[\Delta\varepsilon_{it}\cdot\ln y_{i,t-s}\right]=0, & E\left[\varepsilon_{it}\cdot\Delta\ln y_{i,t-s}\right]=0, & s\geq 2 \\ E\left[\Delta\varepsilon_{it}\cdot X_{i,t-s}\right]=0, & E\left[\varepsilon_{it}\cdot\Delta X_{i,t-s}\right]=0, & s\geq 2 \end{matrix}$。基于区域面板数据，模型通过1%水平的双重门槛显著性检验；当产业谱半径突破第二门槛值时，算子协同度的本地边际效应提升至0.426，同期空间溢出效应达0.189，时空滞后系数在1%水平显著为正，完全契合理论模型的逻辑。

5.3 综合建议

优化禀赋-政策参数，消除前端传导扭曲，$\begin{matrix} \Theta_1=\arg\min_{\Theta_1}\left\|\Theta_1-\Theta_1^*\right\|_2^2 \\ \text{s.t.}\quad L_P\cdot\left(1-e^{-\mu|x|_G}\right)\geq 1 \end{matrix}$，令参数 $\Theta_1=(\lambda,L_P,|x|_S)^T$。提升基建完备度，扩容要素集聚稳态规模，$\hat{\hat{F}}=\dfrac{r}{v\,|x|_{G,\max}}$，$\widehat{|x|}_G=\dfrac{1}{\mu}\ln\left(\dfrac{\mu\Pi_{\min}\Lambda_0}{1-e^{-\mu\Pi_{\min}\Lambda_0}}\right)$，强化产业创新，抬升产业算子谱半径，$\hat{r}\left(\mathrm{I}(t)\right)=\beta_1\hat{\hat{F}}^{\beta_2}+|x|_A$，$\sigma\left(\hat{\mathrm{I}}(t)\right)\subset\mathbb{C}_+$，传导矩阵靶向修正，实现全链路强协同传导，严守生态红线，确定最优稳态产出 $\hat{Y}^*=\min\left\{A^*\prod_{i=1}^{6}\mathrm{b}_i(t)x^*|^{a_i^*}e^{-\frac{\rho}{|G(t)x^*|+\varepsilon}},\xi_E\,|x|_{E,\min}\dfrac{\delta}{\tau\vartheta_E-\sigma}\right\}$。

6 结论

本文以可分实巴拿赫空间与非线性算子半群为基础，构建六大算子协同系统，通过传导矩阵揭示传导扭曲与耦合扰动，推导协同稳态及生态约束产出模型。研究发现算子偏离引发扰动，单环节可市场修复、多环节需政策干预，经实证验证理论有效，最终提出一体化建议，为区域经济协同增长提供支撑。

参考文献

[1] 李子奈.计量经济学模型方法与应用[M].北京:清华大学出版社,2020.
[2] 张恭庆.泛函分析讲义[M].北京:北京大学出版社,2020.
[3] 张峰.序Banach空间上算子半群的正压缩性与生成算子的耗散性[J/OL].山西大学学报(自然科学版),1-10[2026-03-10].
[4] 曹晔.中国产业链供应链安全水平的测度、区域差异及动态演化[J].统计与决策,2026,42(03):78-84.
[5] 任卓然,贺灿飞,张培风.制度关联对中国区域产业路径演化的影响[J].经济地理,2025,45(12):137-147.